

行政長官卓越教學獎 「開放課堂」計劃— 中五數學科

(課程編號：PDT020250485)

講者：行政長官卓越教學獎
(數學教育學習領域) 獲獎教師
彭可兒老師 (威靈頓教育機構
張沛松紀念中學)

教學實踐分享：

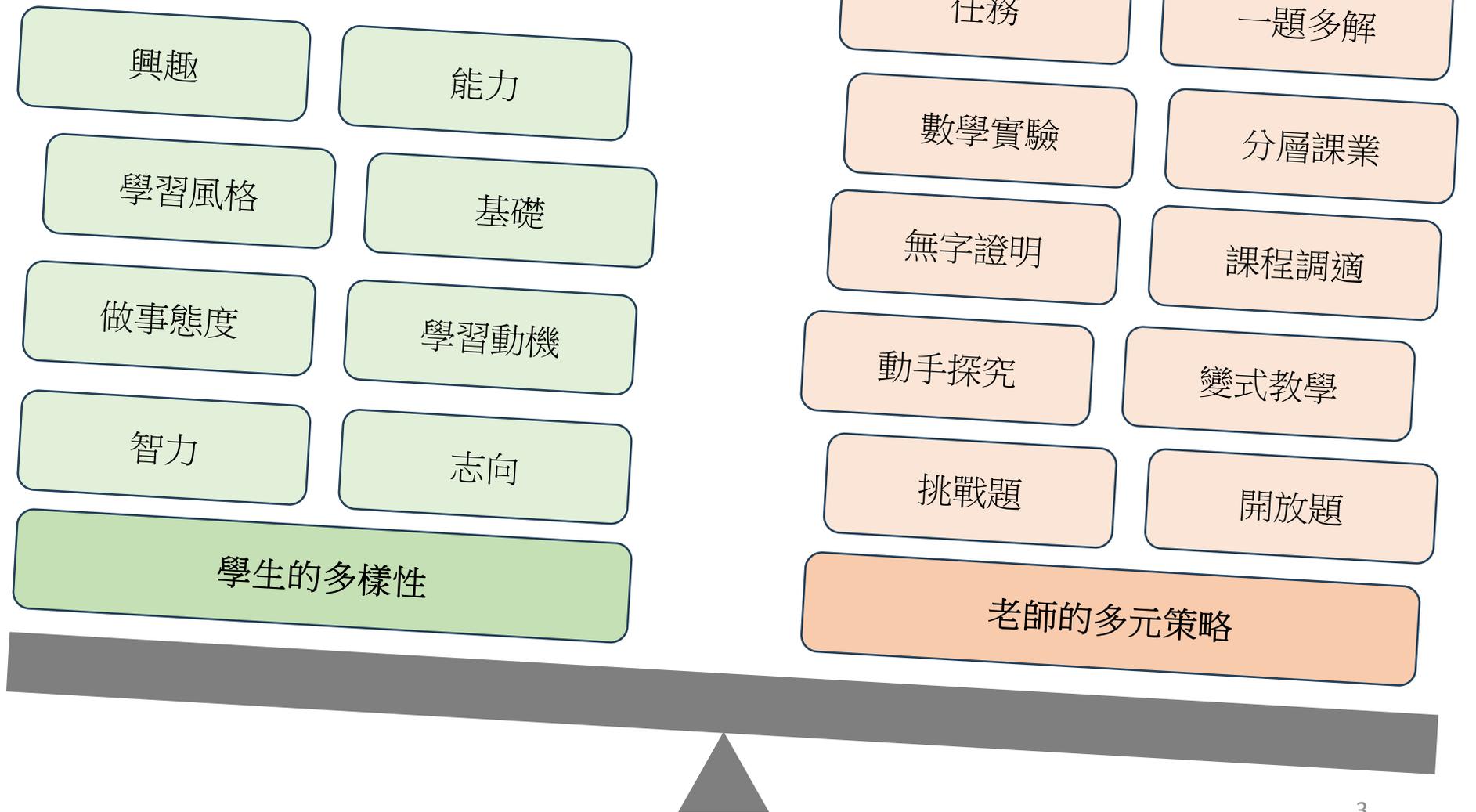
善用多元策略，
引導學生「發現」數學知識

威靈頓教育機構張沛松紀念中學

彭可兒老師

29/1/2026

因材施教 學生為本



你同意嗎？

數學是可以透過主動探索、觀察、體驗、猜想與驗證等方式學習，而不是一堆待記憶的公式和程序。

成功的體驗式和發現式學習，關鍵在於教師的引導。它不是在課堂上放任學生自由活動，而是透過精心設計的任務和佈局，為學生搭建學習階梯，提供適當的鷹架協助過渡，並營造一個鼓勵嘗試和允許犯錯的學習氛圍，讓學生能體驗數學知識的發現過程，最終達至深層且有意義的理解。

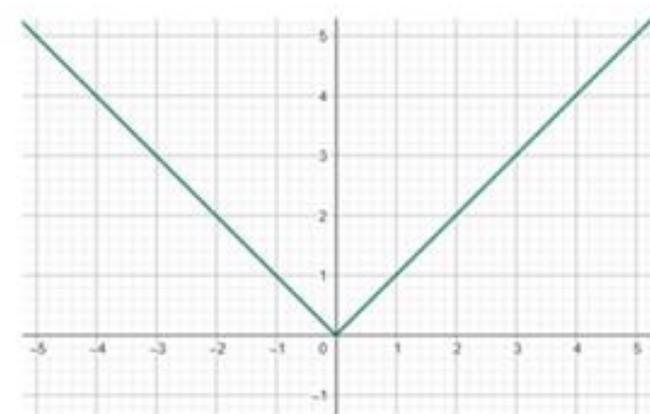
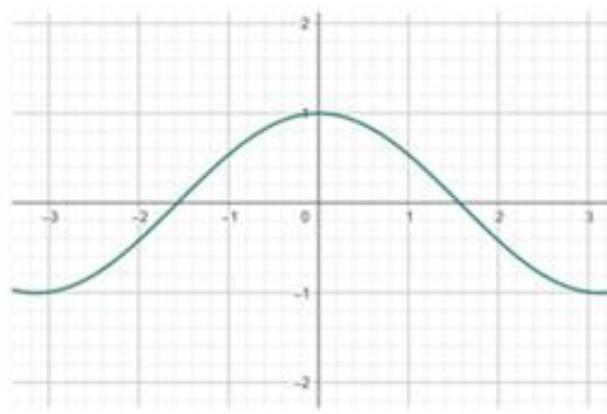
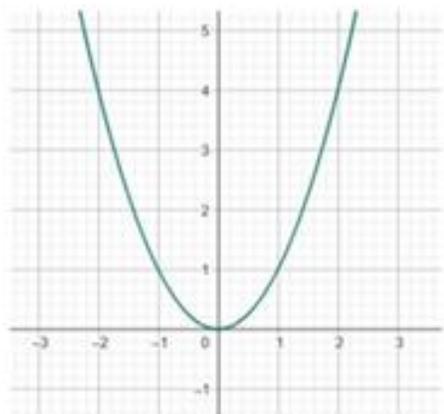
觀課年級和課題

- 數學科 延伸部分 單元二
- 中五級
- 偶函數與奇函數
- 學習目標：概念、判斷、應用

偶函數

1a) 偶函數 (even function)

例子：

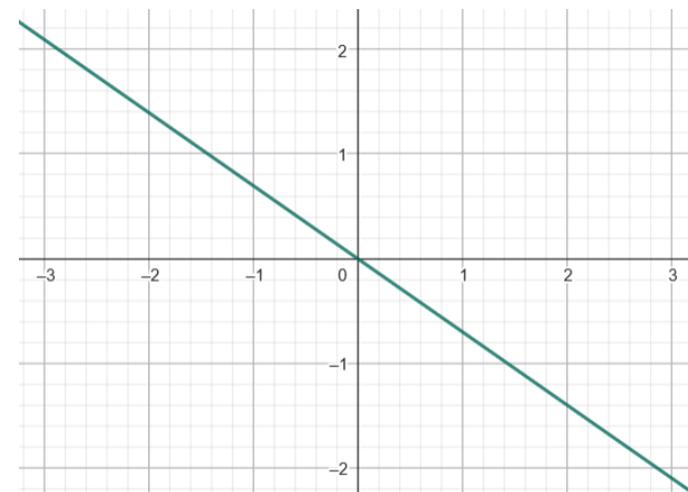
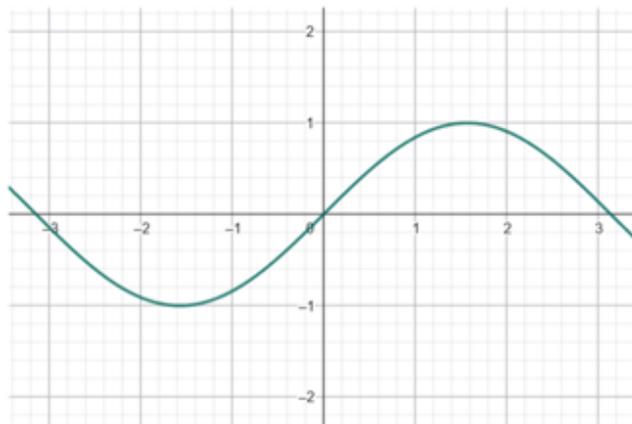
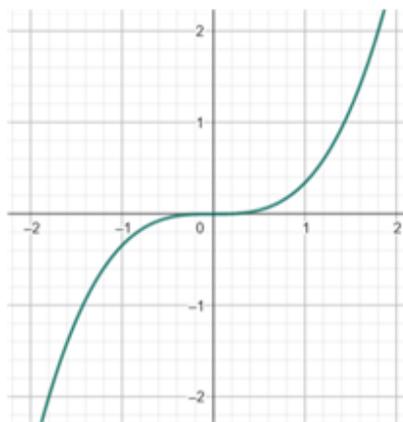


性質：

奇函數

1b) 奇函數 (odd function)

例子：



性質：

2) 分辨下列各函數 (請圈出答案)

2a)	$y = x^2$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2b)	$y = x^3$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2c)	$y = \sin x$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2d)	$y = \cos x$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2e)	$y = 2^x$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2f)	$y = \frac{1}{x}$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2g)	$y = \ln x$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2h)	$y = 2x$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither
2k)	$y = 3$	偶函數 even function / 奇函數 odd function / 兩者皆非 neither

教學分享

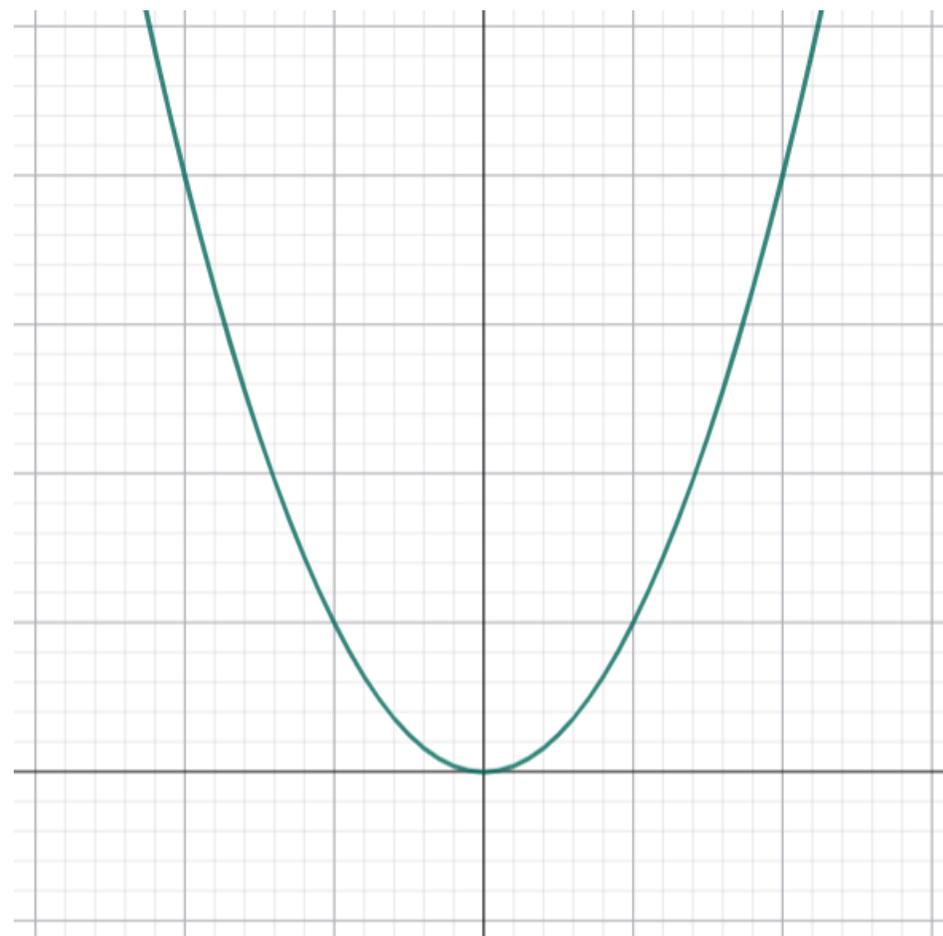
- 引導同學透過觀察和歸納，發現偶函數和奇函數的圖像性質。(Q1)
- 在提問中預備後備提示，確保答案由同學親口說出。(Q1)
- 利用電子工具視覺化呈現反射和旋轉動畫，讓同學驗證猜想。(Q2)
- 加入兩者皆非，讓學生辨別「正例」與「非例」，意識到函數並不是非偶即奇。(Q2)

3a) 右圖所示為 $y = f(x)$ 的圖像。它是 偶函數 / 奇函數。

3b) 標示 $-a$ 和 a 的可能位置。(用紅筆)

3c) 由此，標示 $f(-a)$ 和 $f(a)$ 的對應位置。(用綠筆)

3d) 在右圖中， $f(-x) = f(x)$ 成立 / 不成立。

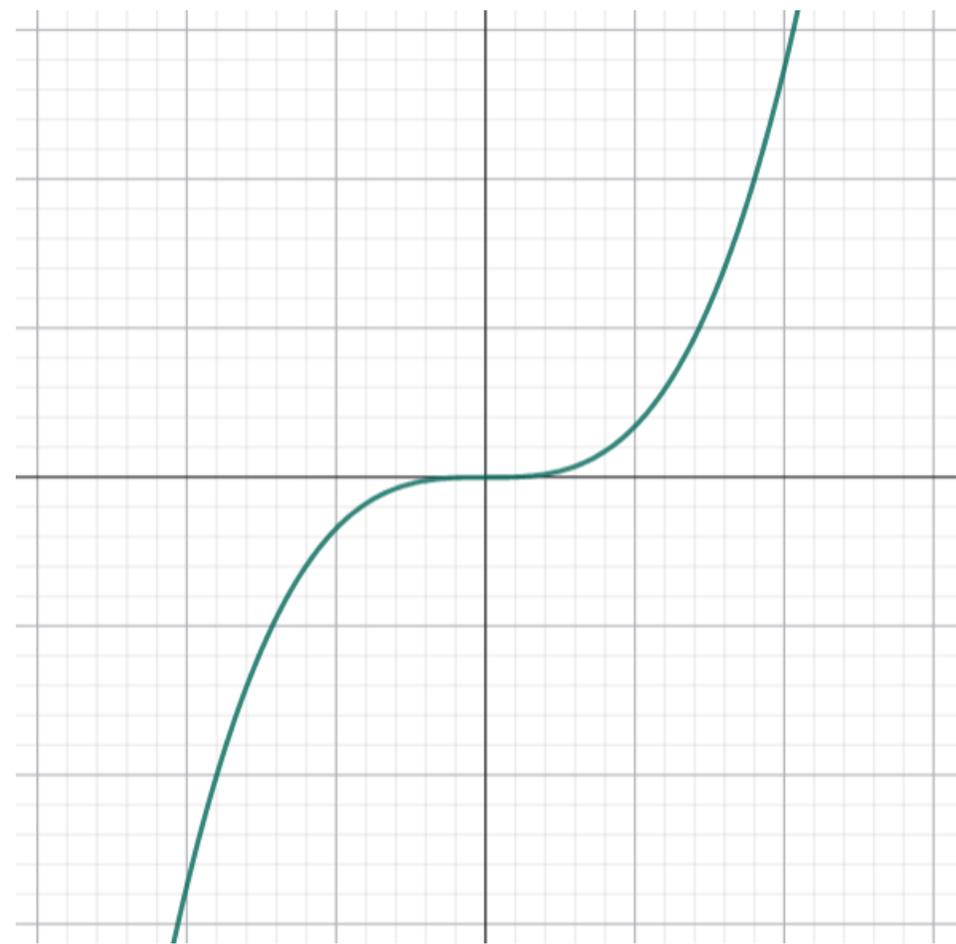


4a) 右圖所示為 $y = f(x)$ 的圖像。它是 偶函數 / 奇函數。

4b) 標示 $-a$ 和 a 的可能位置。(用紅筆)

4c) 由此，標示 $f(-a)$ 和 $f(a)$ 的對應位置。(用綠筆)

4d) 在右圖中， $f(-x) = -f(x)$ 成立 / 不成立。



5) 在沒有圖像提供的情況下，完成下列各題。

5a)

若 $f(-x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
則 $y = f(x)$ 為
偶函數。

5b) 判斷 $f(x) = 3 + x^4$ 是否偶函數。請解釋你的答案。

5c)

若 $f(-x) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
則 $y = f(x)$ 為
奇函數。

5d) 判斷 $f(x) = 4x^5 + 6x^3$ 是否奇函數。請解釋你的答案。

6) (在家自學) 在電子繪圖軟件分別輸入 $y = 3 + x^4$ 及 $y = 4x^5 + 6x^3$ ，從而得出 5b 及 5d 的函數圖像，然後檢視它們是否擁有相關的對稱性質。

教學分享

- 透過導引設計題目，引領同學對焦概念要素，逐步得出結論，由直觀表徵過渡至符號表徵。(Q3-4)
- 從而帶出偶函數和奇函數的定義，並與圖像性質連結。(Q3-4)
- 簡單任務，釋放認知負荷，突出重點。(Q5ac)

將偶/奇函數的概念 應用於微分課題：

1) 已知 $y = \frac{x^2}{1-x^2}$ 為偶函數，且 $x=1$ 為其中一條垂直漸近線。寫出另一條垂直漸近線。

2) 已知 $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$ 為奇函數，且極大點為 $(1, 2)$ 。寫出極小點。

3) 已知 $y = \frac{2x^2+9}{x^2+3}$ ★，且 $(-1, \frac{11}{4})$ 為其中一個拐點。寫出另一個拐點。

4) 已知 $f(x) = 8x^3 - 6x$ ★，且 $(\frac{1}{2}, -2)$ 為其中一個極點。寫出另一個極點。

5) 已知 $y = \frac{8x}{x^2+3}$ ★★★，且 $(-3, -2)$ 為其中一個拐點。寫出另一個拐點。

教學分享

- 由淺入深：Q1-2簡單問題，建立學習自信。Q3-4提升難度，自行判斷奇偶函數。Q5再提升難度，函數奇偶次項共存。
- 變式教學：透過「改變」非本質特徵(問甚麼、奇偶次項等)來凸顯「不變」的核心本質(解題邏輯、如何判斷奇偶函數等)。

將偶函數的概念 應用於積分課題：

6a) 求曲線 $y = -x^4 + 5x^2 - 4$ 與 x 軸所圍成的區域的面積。

方 所求面積

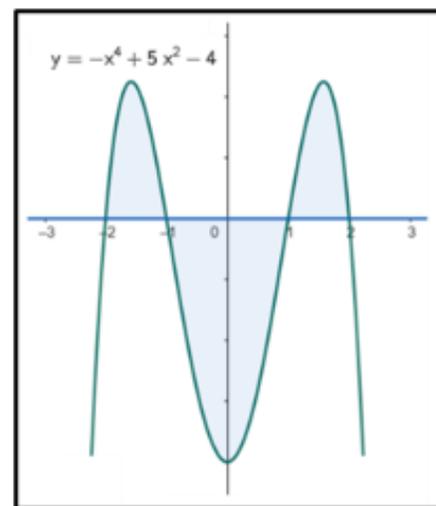
法 $= \int_{-2}^{-1} (-x^4 + 5x^2 - 4) dx - \int_{-1}^1 (-x^4 + 5x^2 - 4) dx + \int_1^2 (-x^4 + 5x^2 - 4) dx$

一

$$= \left[\frac{-x^5}{5} + \frac{5x^3}{3} - 4x \right]_{-2}^{-1} - \left[\frac{-x^5}{5} + \frac{5x^3}{3} - 4x \right]_{-1}^1 + \left[\frac{-x^5}{5} + \frac{5x^3}{3} - 4x \right]_{1}^2$$

$$= \left(\frac{38}{15} - \frac{16}{15} \right) - \left(-\frac{38}{15} - \frac{38}{15} \right) + \left(-\frac{16}{15} + \frac{38}{15} \right)$$

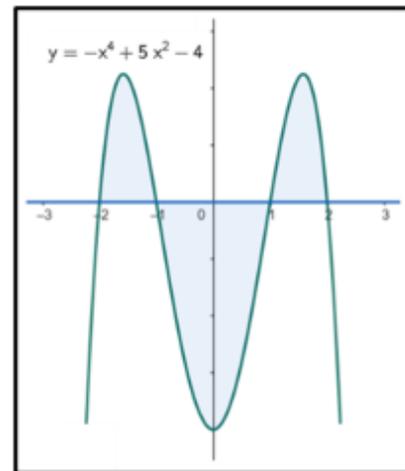
$$= 8$$



6b)

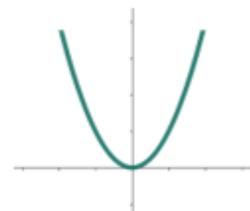
求曲線 $y = -x^4 + 5x^2 - 4$ 與 x 軸所圍成的區域的面積。(利用偶函數的概念)

方
法
二



6c)

因為 $y = x^2$ 是偶函數，所以 $\int_{-1}^1 x^2 dx = \int_{\square}^{\square} x^2 dx \times 2$

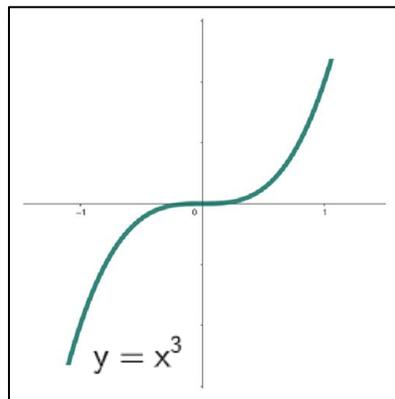


教學分享

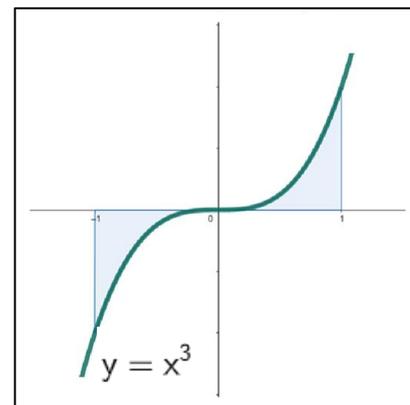
- 利用一題兩解(Q6ab)，引導同學比較兩個求面積的方法。
- 然後自行推論偶函數的積分運算性質(Q6c)。

將奇函數的概念 應用於積分課題：

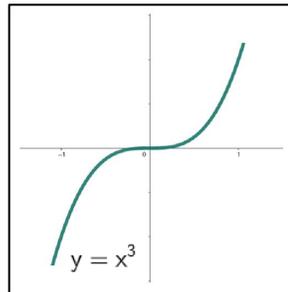
7a) 求 $\int_{-1}^1 x^3 dx$ [快版本]



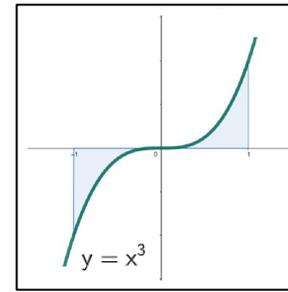
7b) 求陰影面積 [快版本]



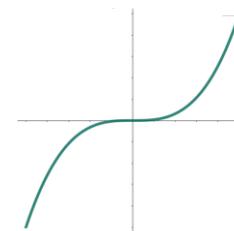
7c) 求 $\int_{-1}^1 x^3 dx$ [探究版本]



7d) 求陰影面積 [探究版本]



7e) 因為 $y = x^3$ 是奇函數，所以 $\int_{-1}^1 x^3 dx =$ _____



教學分享

- Q7ab引導同學發現兩者答案並不相同。
- Q7cd讓同學自行探究答案不同的原因。
- 透過比較Q7abcd，同學發現奇函數的積分運算性質與面積計算之異同，因此不會將兩者混淆。
- 偶函數的Q6c與奇函數的Q7e都是透過簡單任務突出概念要素，前者為積分上下限的變化，後者為判斷答案是零還是半部分的兩倍。

總結：

8) 若 $f(x)$ 為偶函數，則

$$f(-x) =$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx =$$

9) 若 $f(x)$ 為奇函數，則

$$f(-x) =$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx =$$

教學分享

- 學習總結：圖像性質、定義、判斷方法、
積分運算性質。
- 三層課業
 - 基礎題型：鞏固所學，建立學習自信；
 - 陌生題型：培養學習遷移能力；
 - 公開試/高階題型：利用後備提示和線上支援，培養解難能力和堅毅精神。

建立自信 提升動機



總結

由OFF到ON



- 低難度，高結構
- 少輸入，多輸出
- 減少抄寫，節奏明快
- 親自體驗、發現

由1到N

- 移走鷹架
- 提升難度
- 增加輸入

