

案例三 數學家斐波那契 *

教學規劃

學校致力推動閱讀，持續推行「故事爸媽」計劃，由家長義工在早讀時段為初小學生分享圖書，安排教師恆常地在早會分享圖書，又提供學科本位的閱讀指導，由圖書課配合各科課程，編排閱讀教學進度。例如因應數學課程以「培養學生構思、探究、推理、傳意、建立以數學方式解決問題，以及從美學和文化的角度欣賞數學的能力」（課程發展議會《數學教育學習領域課程指引（小一至中六）》，2017）的課程宗旨，指導學生配合數學科的學習，閱讀有關數學家的書籍，提高學生學習數學的興趣，以及輔助數學科學與教的實施。

本教學設計以數學家斐波那契(Fibonacci)的生平作引入，配合一個有趣的觀察，了解兔子的繁殖情況，讓學生明白到數學與自然界的關係，並藉閱讀圖書學習依規律作推論，從「斐波那契數列」呈現自然界的「巧合」，有利學生從中欣賞和感受數學的美；同時，通過探討一個數列中項與項的關係，讓學生學習相關的知識和技能外，亦學習數學家做研究的認真與堅毅精神，培養正面的價值觀和態度，促進全人發展。

* 案例由九龍婦女福利會李炳紀念學校提供

設計說明

學科：數學科

級別：小五

主題：數學家斐波那契

課時：2 教節

學習重點：

1. 認識意大利數學家斐波那契及其數列理論
2. 觀看視頻，學習摘錄要點
3. 複習閱讀和分析圖表
4. 培養堅毅的精神
5. 透過斐波那契數列，欣賞自然界的美

閱讀資源：

1. 請自行在互聯網利用「斐波那契」／「斐波納契」、「神奇的斐波那契黃金比例」等關鍵詞，搜尋意大利數學家斐波那契的生平，或「斐波那契的猜想」、「斐波那契數列(Fibonacci sequence)」等網頁或視頻片段，供學生閱讀或瀏覽。
2. 請留意有關網頁或視頻片段的來源，有否包含不適當的廣告和信息等。

教學流程

教學步驟	說明												
<p>第一、二教節（第1、2章）</p> <p>一、引入</p> <ol style="list-style-type: none"> 教師簡略介紹意大利數學家斐波那契的生平事蹟。 播放介紹斐波那契的短片，提示學生一邊觀看，一邊記下要點。 	<p>照顧學生的多樣性： 提供文字、短片等閱讀資源。</p>												
<p>二、發展</p> <ol style="list-style-type: none"> 展示斐波那契在《計算之書》內提出的「兔子繁殖問題」，並請學生仔細閱讀圖表。 <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>第1個月</td><td>1對兔子</td></tr> <tr><td>第2個月</td><td>1對兔子</td></tr> <tr><td>第3個月</td><td>2對兔子</td></tr> <tr><td>第4個月</td><td>3對兔子</td></tr> <tr><td>第5個月</td><td>5對兔子</td></tr> <tr><td>第6個月</td><td></td></tr> </table> <p>(詳見工作紙)</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> 提問 <ul style="list-style-type: none"> 兔子出生後第幾個月就可生育小兔子？ 每次會生多少隻小兔子？ 為何每次生出的一對小兔子都是一雄一雌？ 試根據圖表所顯示的規律，畫出第6個月共有多少對兔子。 全班討論：讓學生分享他們如何根據規律完成圖表。 猜想：透過觀察圖表內兔子的數量（對），安排學生二人一組猜想和討論這個數列的項與項之間的關係。 	第1個月	1對兔子	第2個月	1對兔子	第3個月	2對兔子	第4個月	3對兔子	第5個月	5對兔子	第6個月		<p>視覺化閱讀訓練。</p> <p>過程中，教師需講解「數列」和「項」的意思。</p>
第1個月	1對兔子												
第2個月	1對兔子												
第3個月	2對兔子												
第4個月	3對兔子												
第5個月	5對兔子												
第6個月													

教學步驟	說明
<p>5. 推論：根據猜測，請學生推測第 12 個月的兔子數量。</p> <p>6. 學生完成工作紙上的思考問題 1、2、3。</p>	
<h3>三、小結</h3> <p>1. 與學生重溫怎樣推測數列。</p> <p>2. 教師總結：大家剛才所經歷的「觀察」、「討論」、「猜想」、「歸納」和「推論」，往往是數學家發現一些數學理論的過程，當中或會經歷多次的失敗，只有重新再嘗試，堅持到底，就能建構相關的知識或理論。</p>	
<h3>四、延伸閱讀</h3> <p>1. 教師提供斐波那契的猜想和斐波那契數列的相關網址或關鍵字，讓學生在互聯網繼續搜尋相關的知識，完成工作紙上的思考問題 4 至 6。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 究竟斐波那契的猜想和我們的猜想是否相同？ • 根據斐波那契數列的規律，可以怎樣找出第 15 個和第 20 個斐波那契數(Fibonacci number)呢？ • 斐波那契數列除呈現在兔子繁殖問題上外，還有哪些自然界例子與這個數列有關？ <p>2. 請學生準備與小組成員談談延伸閱讀的心得或感想。</p>	<p>拓展延伸，鼓勵自主閱讀。</p> <p>鼓勵學生互動交流。</p>

數學家斐波那契 工作紙

姓名：_____ 班別：_____ 日期：_____

意大利數學家斐波那契(Fibonacci)

斐波那契於公元 1175 年在意大利的比薩出生，是中世紀最有名的數學家。

斐波那契的父親是一位商人。他小時候已經開始協助父親工作，因此學會了阿拉伯數字。他認為阿拉伯數字比羅馬數字更好用，於是便前往地中海一帶，向當時著名的阿拉伯數學家學習，約於公元 1200 年回國。1202 年，27 歲的斐波那契將所學寫進《計算之書》(Liber Abaci)內，透過在記帳、重量計算、利息、匯率和其他的應用，顯示了新的數字系統的實用價值，大大影響了歐洲人的思想。



斐波那契數列(Fibonacci sequence)

在《計算之書》中，斐波那契提出了一個有趣的問題：

一對兔子出生以後，經過兩個月就發育成熟，能生育另一對一雄一雌的小兔子，而且以後每個月都恰好能再生育一雄一雌的一對小兔子。如果開始時養了初生小兔子一對，那麼，一年後會共有兔子多少對？（提示：假設這期間兔子都不會死）

第 1 個月		1 對兔子
第 2 個月		1 對兔子
第 3 個月		2 對兔子
第 4 個月		3 對兔子
第 5 個月		5 對兔子
第 6 個月		

思考題：

1. 試在上表中，畫出第 6 個月共有多少對兔子；

第 6 個月共有 _____ 對兔子。

2. 你對這個數列有甚麼猜想？

試把這個數列的項與項之間的關係寫出來。

3. 到第 12 個月時，會有多少對兔子？

請根據你的推測，將每個月的兔子總（對）數寫成一個數列：

_____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____ 、 _____

4. 試利用互聯網，搜尋斐波那契的猜想。

用互聯網，搜尋「斐波那契」／「斐波納契」、「神奇的斐波那契黃金比例」等資料。

5. 試根據斐波那契數列的規律，找出第 15 個和第 20 個斐波那契數：

第 15 個斐波那契數是_____。

第 20 個斐波那契數是_____。

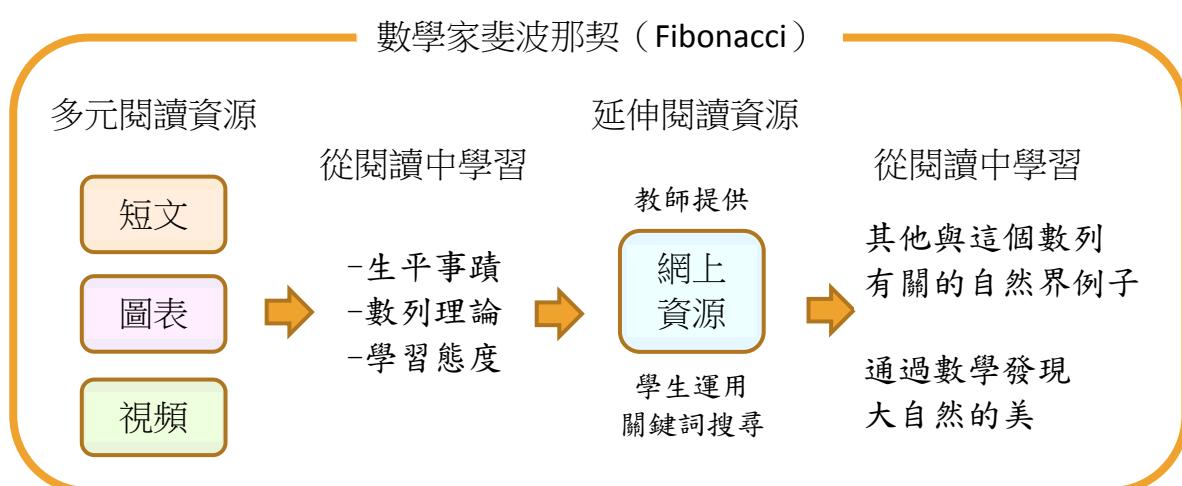
6. 斐波那契數列應用在兔子繁殖問題上外，還有哪些自然界例子與這個數列有關？試在下面貼上有關的照片或圖畫，並略加說明。

觀察人語

從多文本閱讀中發現數學

此教學設計重點在引導學生認識數學家斐波那契的生平事蹟及其數列理論。數列理論其實非常複雜，教師選取了適切的閱讀材料，通過不同的閱讀資源，運用所學的閱讀策略，以照顧學生的學習需要，幫助他們從閱讀中建構數學概念。

首先是教師為學生提供短文、圖表和視頻等多元閱讀資源，照顧學生不同的學習風格。其次是教師選取文字簡明的短文、有趣的兔子繁殖圖表和簡易的動畫，深入淺出地說明深奧的理論。過程中，學生通過觀察、討論和推論，像數學家一樣探究數學問題，發展運算能力。兔子繁殖圖表是視覺化閱讀的好例子。學生須根據已提供的兔子繁殖示意圖，進行邏輯思考，推算確實的兔子數量（對），完成習作。



在教師的引導下，學生明白數學家追求學問、發現數學理論，其實是經歷不斷的思考和討論，多番的嘗試和失敗，才能成功，藉此說明相對於知識和能力，追求學問的態度同樣重要，並培養堅毅的精神。

在自主閱讀中豐富知識

延伸閱讀部分，除提供指定的資源外，教師也指示學生利用「關鍵詞」搜尋網上資料，培養自主學習精神，拓展閱讀範圍。學生通過自主閱讀，增進和深化學習，例如：認識斐波那契的「黃金比例」學說，並從中發現數學理論與大自然的美的契合。此教學設計正好說明了「學生有效的自主閱讀，是從教師有效的引導開始」這個觀點。